6. Ценовая конкуренция. Модель Бертрана-Эджворта.

Рынок предполагается прежним:

- A множество производителей,
- c^a и V^a постоянная удельная себестоимость и максимальный объем выпуска производителя ,
- $D(p)$ функция спроса.

Потребитель характеризуется резервной ценой r>0.

Аукцион Бертрана-Эджворта - продавцы одновременно и независимо назначают цены $s^a > c^a$. Каждый продает в пределах производственной мощности.

Покупатели выстраиваются в очередь и покупают товар в порядке возрастания цены с учетом резервных цен. Важен порядок прихода покупателей на рынок.

Пример 6.1. Взаимодействуют два продавца и две группы покупателей

$$s^1 = 5, V^1 = 100;\ \ s^2 = 7, V^2 = 50;\ \ r^1 = 6, D^1 = 110;\ \ r^2 = 8, D^2 = 40.$$

Если первыми приходят «бедные» покупатели, то покупают 100 единиц по цене 5, а потом «богатые»купят 40 единиц по цене 7. Если первыми приходят «богатые», то они покупают 40 единиц по цене 5, а потом «бедные» покупают 60 единиц по цене 5. Прибыль второго продавца существенно меняется.

Пусть потребители распределены в соответствии с плотностью $\rho(r)$. Плотность $\rho(r)$ положительна на интервале $(0, M)$, потребители имеют возможность приобрести товар на другом рынке по фиксированной цене M. Тогда

$$D(p) = \begin{cases} \int_p^\infty \rho(r)dr, & p < M, \\ [0, \int_M^\infty \rho(r)dr], & p = M, \\ 0, & p > M. \end{cases}$$

Равновесная цена $\tilde{p}$ определяется из условия $D(\tilde{p}) \in [S^-(\tilde{p}), S^+(\tilde{p})]$.

Набор цен $s = (s^a, a \in A)$ определяет вектор фактического предложения : $\tilde{V}(s) = (\tilde{V}_p(s),\ p \in P(s))$, где $\tilde{V}_p(s) = \sum_{a:s^a=p} V^a$, $P(s)$ - множество назначенных цен.

Процесс продажи характеризуется функцией остаточного спроса. $D(p,\tilde{V})$ показывает, каков остаточный спрос по цене p после продажи всех объемов $\tilde{V}_{p'}$ по ценам $p' < p,\ p' \in P(s)$.

Три конкретных вида, связанных с правилами порядком потребителей в очереди:

1. Приоритет потребителей с большей резервной ценой:

$$D^1(p,\tilde{V}) = \max[0, D(p) - \sum_{p'<p} \tilde{V}_{p'}]. \qquad (6.1)$$

2. Потребители равномерно распределены в очереди и остаточный спрос формируется по пропорциональному правилу:

$$D^2(p,\tilde{V}) = D(p)\max[0, 1 - \sum_{p'<p} \tilde{V}_{p'} / D(p')]. \qquad (6.2)$$

3. Приоритет потребителей с низкой резервной ценой:

$$D^3(p,\tilde{V}) = \max[0, \min_{\underline{p} \le p}[D(\underline{p}) - \sum_{\underline{p} \le p' < p} \tilde{V}_{p'}]]. \qquad (6.3)$$

При любом порядке потребителей $D^1(p,\tilde{V}) \le D(p,\tilde{V}) \le D^3(p,\tilde{V})$.

По функции $D(p,\tilde{V})$ однозначно определяется максимальная продажная цена

$p(s) = \max\{p \in P(s) \mid D(p,\tilde{V}(s)) > 0\}$.

Правило распределения $D(p,\tilde{V}(s))$ для a, выбравших $s^a = p(s)$. Разобьем их на две группы:

$$A_1 = \{a \in A \mid c^a < s^a = p(s)\}, \; A_2 = \{a \in A \mid c^a = s^a = p(s)\}.$$

Если $D(p(s),\tilde{V}(s)) < \sum_{a \in A_1} V^a$, остаточный спрос распределяется между $a \in A_1$.

Производитель a выпускает товар в количестве $\hat{v}^a = V^a D(p(s),\tilde{V}(s)) / \sum_{a \in A_1} V^a$, иначе производители $a \in A_1$ выпускают товар в количестве V^a. Остаток $D(p(s),\tilde{V}(s)) - \sum_{a \in A_1} V^a$ распределяется между $a \in A_2$.

В качестве выигрыша a рассмотрим его прибыль

$$u^a(s) = \begin{cases} (s^a - c^a)V^a, & s^a < p(s), \\ (p(s) - c^a)V^a \min\left[1, \dfrac{D(p(s),\tilde{V}(s))}{\sum_{b \in A_1} V^b}\right], & a \in A_1 \\ 0, & a \in A_2 \text{ или } s^a > p(s). \end{cases}$$

Описана модель ценовой конкуренции производителей как игра в нормальной форме Г= $\left\langle A, \left\{ s^a \middle| s^a \geq c^a \right\}, u^a(s), a \in A \right\rangle$. Данную модель применяют для анализа неорганизованных рынков. Ее также можно использовать для исследования аукциона с оплатой по заявкам.

Рассмотрим необходимые условия для равновесия по Нэшу описанной игры.

Теорема 6.1. Пусть $\bar{s}$ равновесие по Нэшу, $\tilde{p}$ цена конкурентного равновесия. Тогда справедливо одно из следующих двух условий:

1) $p(\bar{s}) = \tilde{p}$ и для каждого a с $c^a < \tilde{p}$ выполнено $\bar{s}^a = \tilde{p}$.

2) $p(\bar{s}) > \tilde{p}$ и найдется единственный a, для которого $c^a < p(\bar{s}) = \bar{s}^a$, при этом $c^a \leq \tilde{p}$

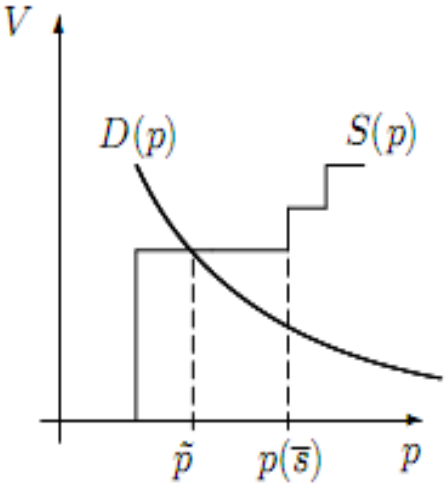

Рис 6.1

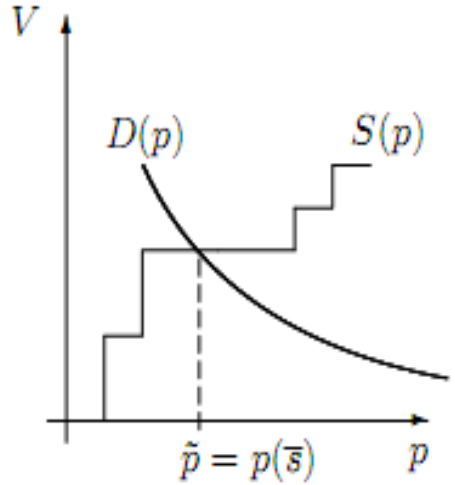

Рис 6.2

Следствие. Если найдутся два производителя a, для которых $c^a < \tilde{p}$, и существует равновесие по Нэшу s, то $p(s) = \tilde{p}$ (см. рис. 6.2).

Теперь сформулируем достаточные условия существования равновесия по Нэшу.

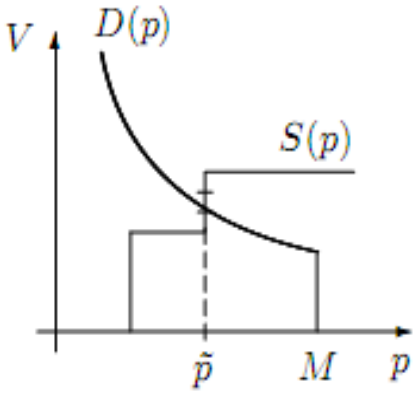

Рис. 6.3

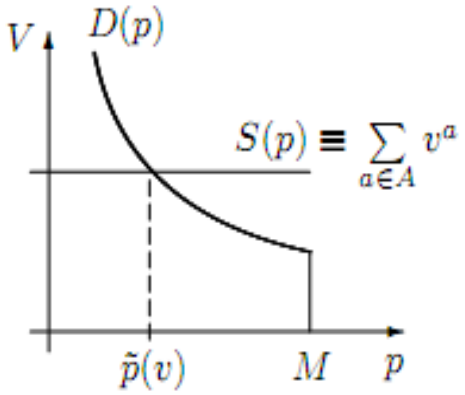

Рис. 6.4

Теорема 6.2. Предположим, что

$$\sum_{a:c^a\le\tilde{p}} V^a - \max_{a:c^a\le\tilde{p}} V^a \ge D(\tilde{p}) \qquad (6.5)$$

Тогда любая ситуация $\bar{s}$, удовлетворяющая условию: $\bar{s}^a = \tilde{p}$, если $c^a \le \tilde{p}$, является равновесием по Нэшу.

Введем обозначение: $\bar{c} = \max_{a:\, c^a<\tilde{p}} c^a$.

Теорема 6.3. Предположим, что $S^+(\tilde{p}) = S^-(\tilde{p}) = D(\tilde{p})$ и существуют хотя бы два производителя a_1 и a_2, для которых $\max[c^{a_1}, c^{a_2}] < \tilde{p}$ (см. рис. 6.2).

1) Пусть $D(p)(p-\bar{c})D(\tilde{p})(\tilde{p}-\bar{c})$ при $p\in[\tilde{p},M]$ и

$$D(p,\tilde{V}) \le D(p)(1-\sum_{p'<p}\tilde{V}_{p'}/D(p')), \qquad (6.6)$$

Тогда любая ситуация $\bar{s}$, удовлетворяющая условию: $\bar{s}^a = \tilde{p}$, если $c^a \le \tilde{p}$ является равновесием по Нэшу.

2) Пусть в некоторой правой полуокрестности точки $\tilde{p}$ выполнены неравенства $D(p)(p-\bar{c}) \ge D(\tilde{p})(\tilde{p}-\bar{c})$ и

$$D(p,\tilde{V}) \ge D(p)(1-\sum_{p'<p}\tilde{V}_{p'}/D(p')), \qquad (6.7)$$

при этом хотя бы одно из них строгое. Тогда в модели ценовой конкуренции не существует равновесия по Нэшу.

Рассмотрим также модели с последовательным выбором цен и объемов. Пусть на первом этапе производители одновременно назначают цены $s^a \ge c^a$, а на втором определяют объемы выпуска $v^a \in [0, V^a]$, зная цены s^a, $a \in A$. На втором этапе оптимальный выбор (решение по доминированию) соответствует объемам продаж в рассмотренной модели ценовой конкуренции. Данный случай двухэтапной игры эквивалентен модели ценовой конкуренции.

Пусть на первом этапе производители устанавливают объемы $v^a \in [0, V^a]$, а на втором цены $s^a \ge c^a$. На втором этапе игроки фактически действуют в рамках модели ценовой конкуренции с нулевыми себестоимостями.

Теорема 6.4. 1) Пусть при достаточно малых выполнено неравенство

$$D(p) > \sum_{a\in A} V^a.$$

Если $e(D(p)) \ge 1$ при $p \in [\tilde{p}, M]$ и для функции остаточного спроса выполнено условие (415), то совершенные подыгровые равновесия в рассматриваемой двухэтапной игре однозначно соответствуют равновесиям в модели Курно.

2) Пусть для функций спроса и остаточного спроса при некотором $p \in [\tilde{p}, M]$ выполнены неравенства $D(p)p \geq D(\tilde{p})\tilde{p}$ и (6.7), причем хотя бы одно из них строгое. Тогда совершенного подыгрового равновесия в двухэтапной игре не существует.